



# Use The Force!

סמינר אפקה

8.10.17

# מי אני?

- יהלי ברק

– בוגר 2630 (2011-2013)

– תואר ראשון בהנדסת מכונות בטכניון (2013-2016)

– תואר שני בהנדסת מכונות בטכניון (2016-היום)

– חניך בתכנית "ברקים" של העתודה



הטכניון  
מכון טכנולוגי  
לישראל



# במה נעסוק?

## אנרגיה

- אנרגיה קינטית
- אנרגיה פוטנציאלית
- עבודה
- הספק

## יישומים ותוספות

- קפיצים
- מומנט
- מומנט התמד
- אפקט מגנוס

## קינטיקה

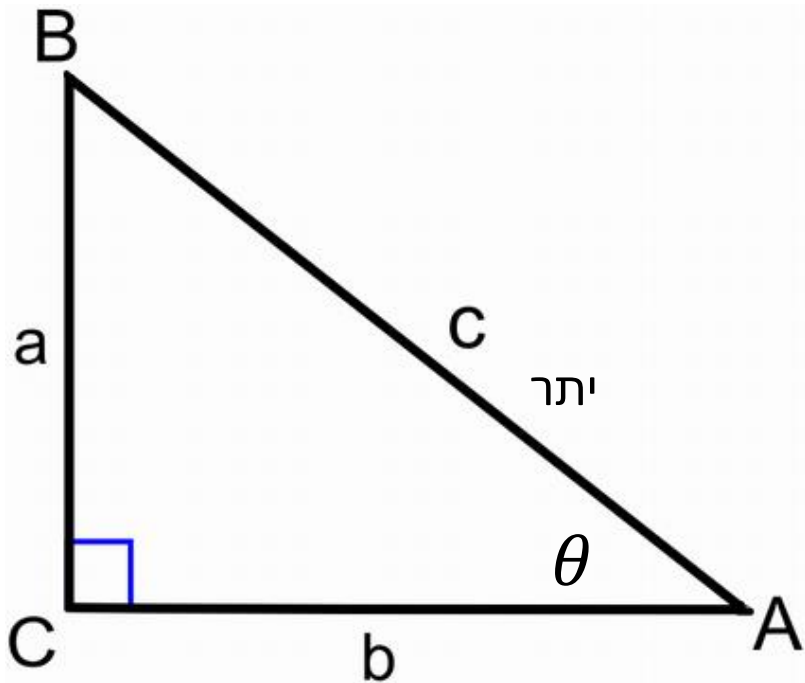
- כוח
- חוקי ניוטון
- חיכוך
- כוח הכובד, מסה

## קינמטיקה

- דרך
- העתק
- מהירות
- תאוצה

# טריגונומטריה

**הגדרה:** ענף במתמטיקה העוסק בחקר המשולשים והקשר שבין צלעותיהם וזוויותיהם. במשולש ישר זווית מתקיים:



$$\sin\theta = \frac{a}{c} = \frac{\text{מול}}{\text{יתר}}$$

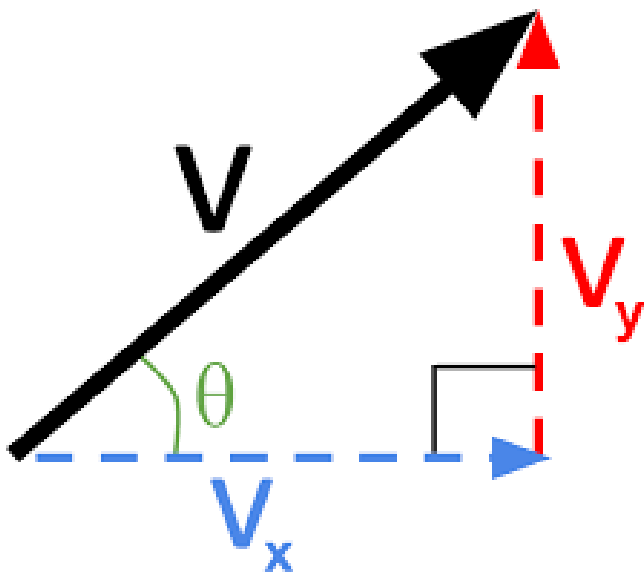
$$\cos\theta = \frac{b}{c} = \frac{\text{ליד}}{\text{יתר}}$$

$$\tan\theta = \frac{a}{b} = \frac{\text{מול}}{\text{ליד}}$$

# וקטור

**הגדרה:** גודל פיזיקלי בעל כיוון במרחב. יסומן  $\vec{A}$

**דוגמאות:** מהירות, תאוצה, כוח, תנע, מומנט



$$\sin\theta = \frac{v_y}{v} \quad \rightarrow \quad v_y = v \cdot \sin\theta$$

$$\cos\theta = \frac{v_x}{v} \quad \rightarrow \quad v_x = v \cdot \cos\theta$$

# דרך [מטר – $m$ ]

**הגדרה:** המרחק שעבר גוף בתנועה –  $\Delta x$   
הסימן  $\Delta$  מסמן שינוי או הפרש והסימן  $x$  מסמן מיקום.  
מכאן שדרך היא שינוי במיקום.

# מהירות [מטר/שנייה - $\frac{m}{sec}$ ]

**הגדרה:** קצב שינוי המיקום -  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

**משוואות:**  $x = x_0 + vt$  עבור מהירות קבועה

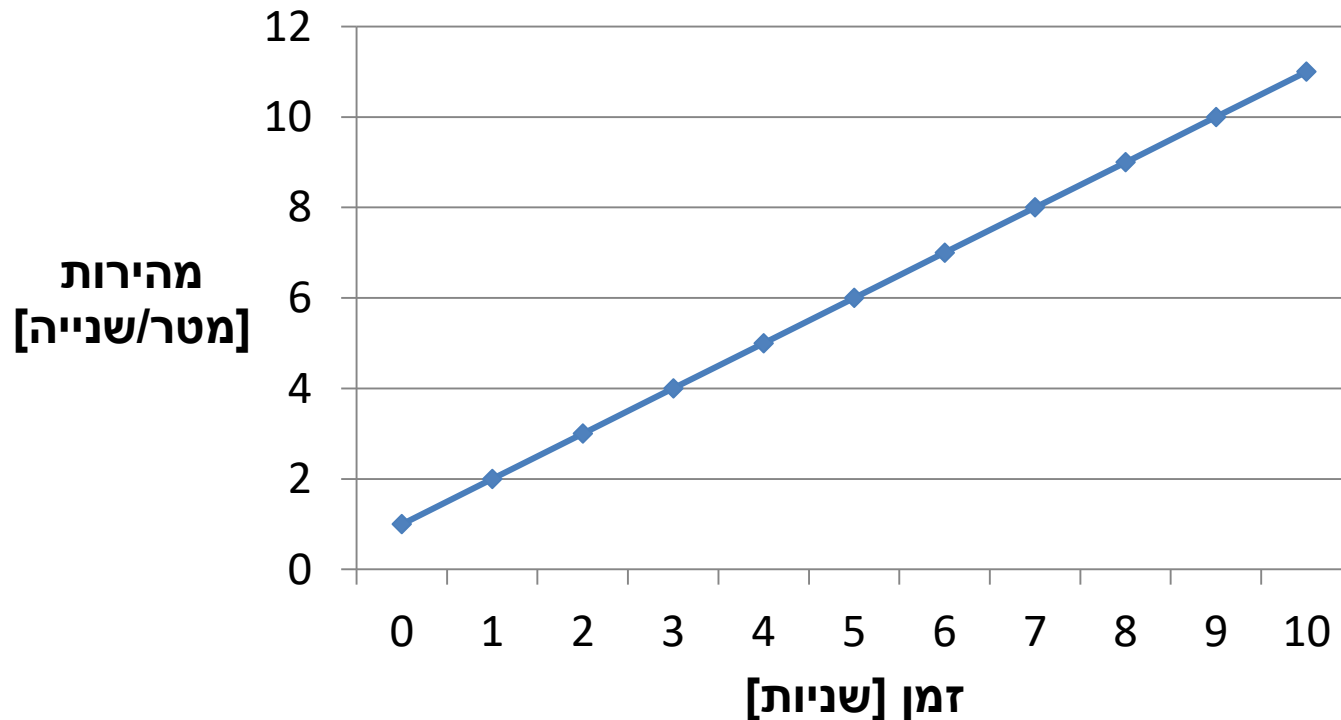
**דוגמא:** קבוצה דיווחה בצ'יף דלפי שהרובוט שלה מגיע מקצה אחד של המגרש לקצה השני ב-4 שניות. מה המהירות של הרובוט?

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{16 [m]}{4 [sec]} = 4 \left[ \frac{m}{sec} \right]$$

# תאוצה $\left[\frac{m}{s^2}\right]$

הגדרה: קצב שינוי המהירות -  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

משוואות:  $v = v_0 + at$        $x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$





# תאוצה $\left[\frac{m}{s^2}\right]$

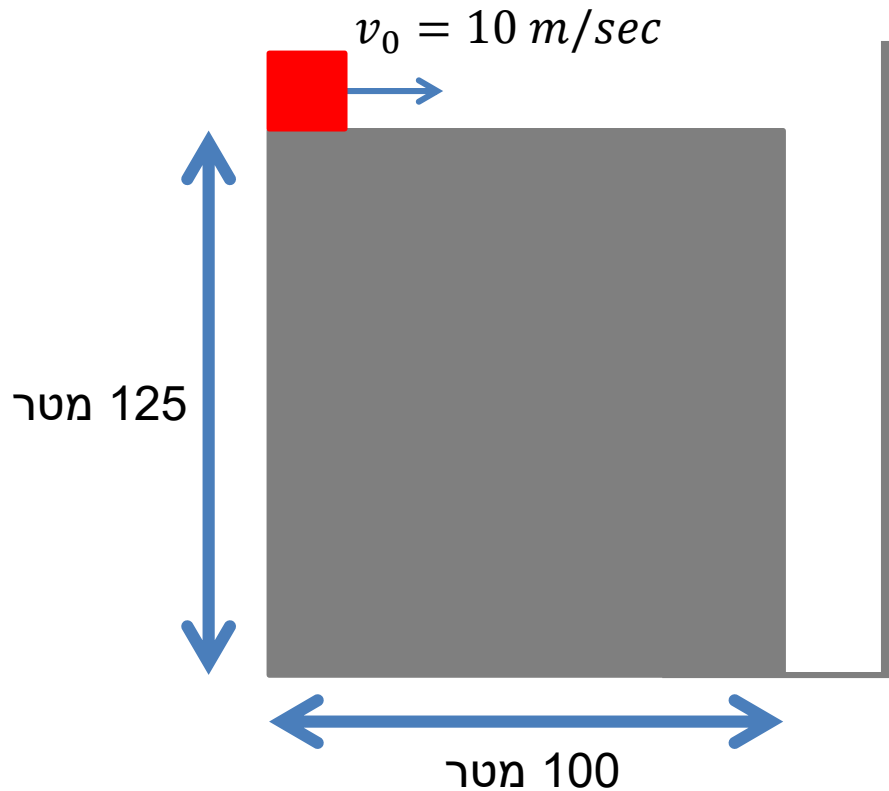
הגדרה: קצב שינוי המהירות -  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

משוואות:  $v = v_0 + at$        $x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$

תאוצת הכובד על פני כדור הארץ היא בקירוב  $g = 9.81 \left[\frac{m}{s^2}\right]$

לצורך פישוט חישובים, מבצעים קירוב בו מגדירים  $g = 10 \left[\frac{m}{s^2}\right]$

# סיכום קינמטיקה



קובייה נעה על משטח חלק לחלוטין עם מהירות התחלתית של 10 מטר לשנייה. הקובייה נעה אופקית עד שפוגעת בקיר ושם מתחילה בנפילה חופשית בואקום.

- א- אחרי כמה זמן פגעה הקובייה בקיר?
- ב- אחרי כמה זמן מתחילת התנועה פגעה הקובייה בקרקע?
- ג- באיזו מהירות תפגע הקובייה בקרקע?

$$v = v_0 + at$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$g = 10 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$$

# כוח [ניוטון – N]

**הגדרה:** כוח הוא אינטראקציה שגורמת לשינוי בתאוצת הגוף.  
מסומן באות  $\vec{F}$ .

**חוק ראשון של ניוטון:** גוף ינוע במהירות קבועה כל עוד לא יופעל עליו כוח חיצוני.

**חוק שלישי של ניוטון:** כנגד כל כוח שפועל, פועל כוח נוסף השווה לו בגודלו והפוך בכיוונו.

# החוק השני של ניוטון

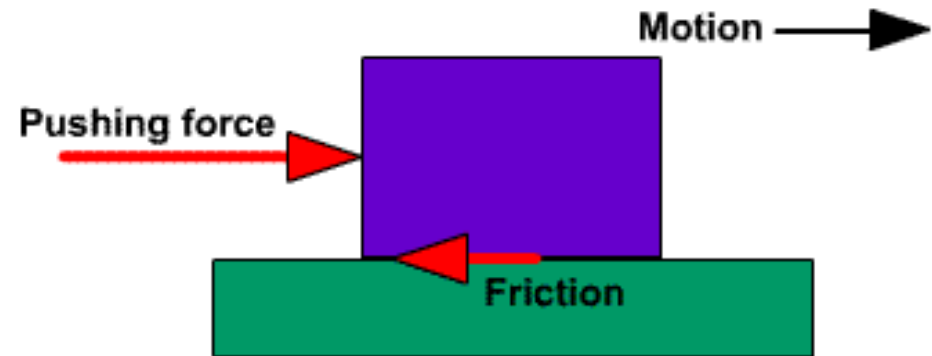
תאוצתו של גוף הינה ביחס ישר לכוח הפועל עליו וביחס הפוך למסתו

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$$

# חיכוך

**הגדרה:** כוח הפועל באזור המגע בין שני גופים ומתנגד לתנועה יחסית ביניהם

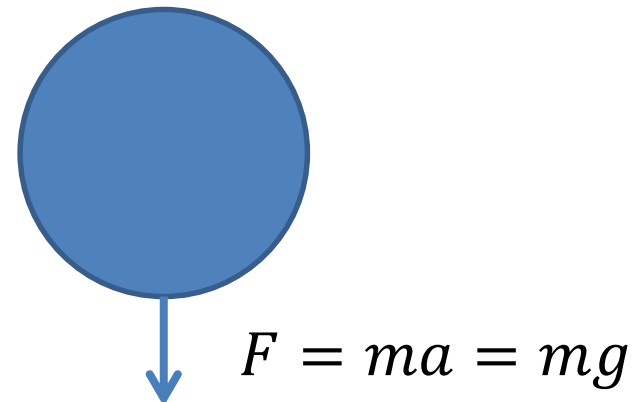
$$F_f = \mu N$$



# כוח הכובד

**הגדרה:** כוח בסיסי הפועל על כל גוף שנמצא בשדה כבידה

מהו כוח הכובד הפועל על גוף שנמצא על פני כדור הארץ?  
לפי החוק השני של ניוטון,  $F = ma$ . במקרה שלנו  $a = g$  ולכן:



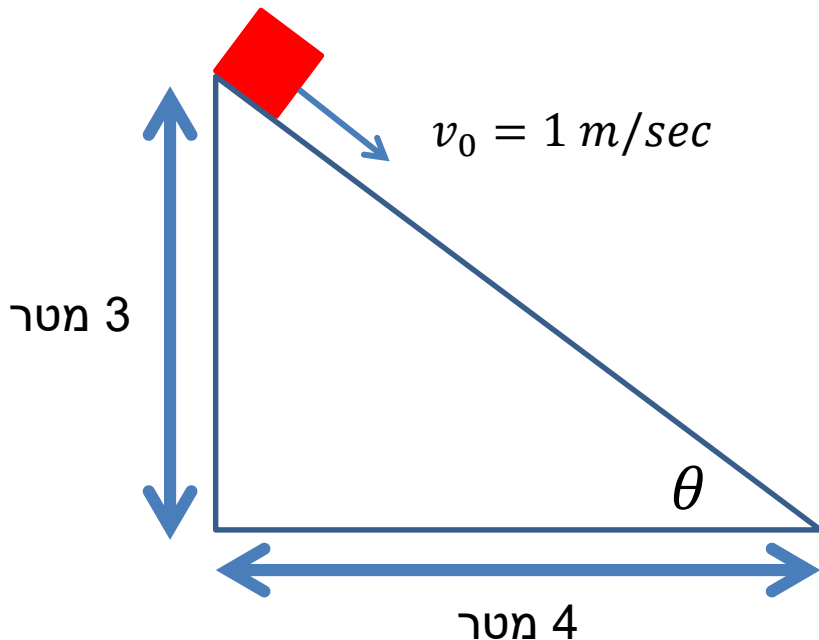
# קינטיקה – מה הוספנו?

- כוח
- חוקי ניוטון
- חיכוך
- כוח כובד

# סיכום קינטיקה

קובייה נעה על משטח משופע מחוספס עם מהירות התחלתית של 1 מטר לשנייה. מסת הקובייה 5 ק"ג ומקדם החיכוך בין הקובייה למשטח הוא 0.5.

- א- מה הזווית  $\theta$ ? ומה אורכו של המשטח?
- ב- כמה זמן עבר עד שפגעה הקובייה בקרקע?
- ג- באיזו מהירות תפגע הקובייה בקרקע?



$$v = v_0 + at$$
$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$g = 10 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$$

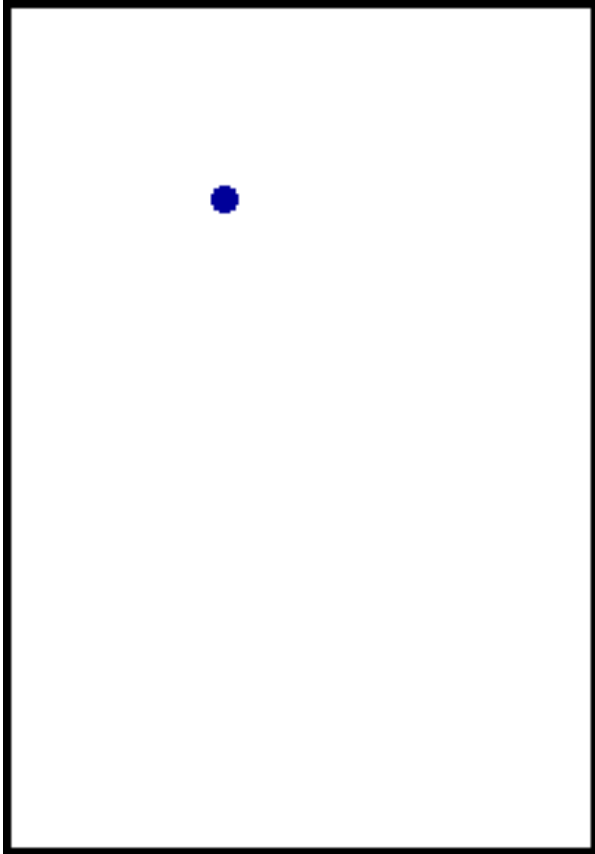
$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$$

$$F_f = \mu N$$



# סיכום קינטיקה

זריקת משופעת



# אנרגיה קינטית - $E_k$

**הגדרה:** לגוף שנמצא בתנועה קיימת אנרגיה קינטית מעצם תנועתו

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

אנרגיה נמדדת ביחידה הנקראת ג'אול [J]

# אנרגיה פוטנציאלית

אנרגיה אלסטית

$$E_e = \frac{1}{2} k (\Delta x)^2$$

אנרגית גובה

$$E_h = mgh$$

# עבודה והספק

**הגדרה:** עבודה  $[J]$  היא שינוי באנרגיה כתוצאה מהפעלת כוח

$$W = F \cdot \Delta x$$

**הגדרה:** הספק  $\left[\frac{J}{s}\right]$  הוא קצב ביצוע העבודה

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

# קפיצים



הכוח שמפעיל קפיץ הנמצא  
במתיחה/לחיצה לינארי  
להתארכות/התכווצות ממצב המנוחה שלו

$$F = k \cdot \Delta x$$

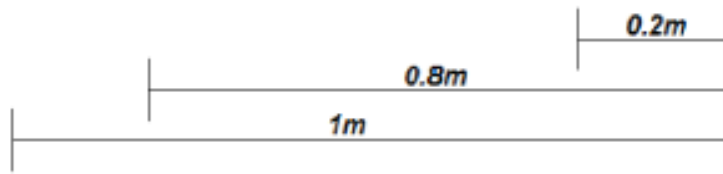


האנרגיה האלסטית שאגורה בקפיץ הנמצא  
במתיחה/לחיצה הינה

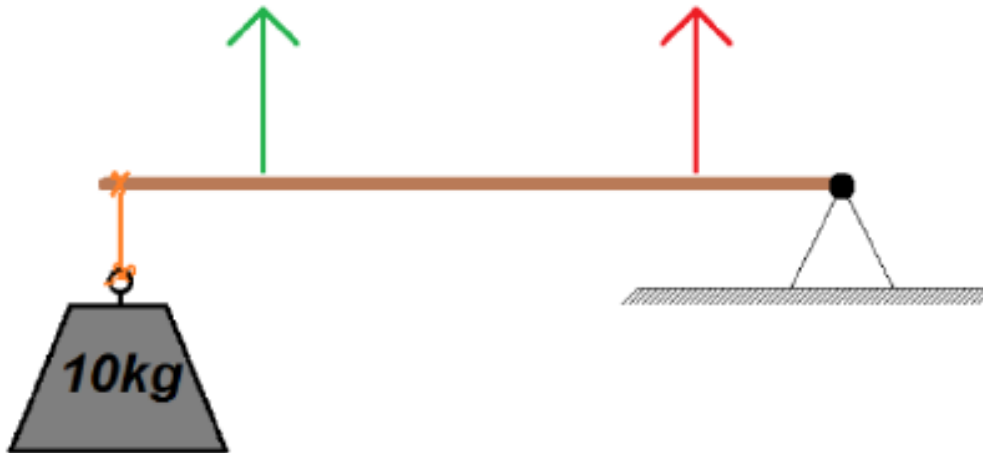
$$E_s = \frac{1}{2} k \cdot \Delta x^2$$

# מומנט [ניוטון-מטר – Nm]

למרות שלא נלמד בפיזיקה תיכונית, מומנט הוא גודל פיזיקלי חשוב ביותר שבא לידי בדברים רבים. ב-FRC, בעיקר בתהליך בחירת מנועים ותמסורות.



$$T = F \times d$$



# מומנט [ניוטון-מטר – Nm]

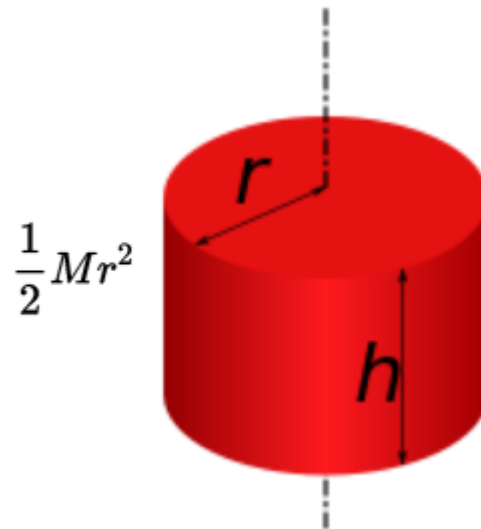
למרות שלא נלמד בפיזיקה תיכונית, מומנט הוא גודל פיזיקלי חשוב ביותר שבא לידי בדברים רבים. ב-FRC, בעיקר בתהליך בחירת מנועים ותמסורות.



$$T = F \times d$$

# מומנט התמד

מומנט ההתמד הוא תכונה של הגוף, המציינת את "התנגדותו" לשינוי בסיבוב סביב ציר מסוים.





# אפקט מגנוס

לא פיזיקה תיכונית, לא בהכרח רלוונטי ל-FRC אבל ממש מגניב

[https://www.youtube.com/watch?v=QtP\\_bh2IMXc](https://www.youtube.com/watch?v=QtP_bh2IMXc)

# שאלות?

0523464897

yali.barak@gmail.com



## קינמטיקה

בחלק הראשון, הגוף נע במהירות קבועה של  $10\text{m/sec}$ . נכתוב את משוואת התנועה:

$$100 = 0 + 10t + 0$$

מכאן שהזמן מתחילת התנועה ועד הפגיעה בקיר הוא 10 שניות.

בחלק השני, הגוף נע בנפילה חופשית ללא מהירות התחלתית:

$$0 = 125 + 0 - 5t^2$$

$$t^2 = 25$$

ומכאן שזמן הנפילה הוא 5 שניות. לכן, הזמן הכולל עד לפגיעה בקרקע הוא 15 שניות.

בנוסף, כבר אמרנו שהנפילה מתקיימת ללא מהירות התחלתית ולכן ברגע הפגיעה, מהירות

$$v = 0 + 10 \cdot 5 = 50\text{ m/sec}$$

## קינטיקה – מישור משופע

הזווית הינה  $36.87$  מעלות לפי  $\tan$ . אורך המשטח הינו 5 מטרים – לפי פיתגורס אך גם לפי סינוס או קוסינוס.

$$P = mg\sin\theta = 50 \cdot 0.6 = 30\text{N}$$

$$N = mg\cos\theta = 50 \cdot 0.8 = 40\text{N}$$

$$F_f = \mu N = 0.5 \cdot 40 = 20\text{N}$$

$$\Sigma F = 30 - 20 = 10\text{N} \quad \rightarrow \quad a = \frac{10}{5} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

כעת אחרי שחישבנו את התאוצה נוכל לחשב את סעיפים ב' וג'.

$$0 = 5 + 1 \cdot t + \frac{1}{2} 2t^2$$

מתקבל פתרון שלילי ופתרון חיובי בו אנו משתמשים  $t = 1.79\text{ sec}$

$$v = 1 + 2t = 1 + 3.58 = 4.58\text{ m/sec}$$

## זריקה משופעת

נתחיל בכתיבה של משוואות התנועה בשני הכיוונים:

$$x: d = v_0 \cdot \cos\theta \cdot t$$

$$y: h = h_0 + v_0 \cdot \sin\theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$$

קיבלנו 2 משוואות עם 7 נעלמים. לכן, במקרה הכללי, כדי לפתור את הבעיה אנו צריכים לקבוע 5 מהמשתנים.

אם ניקח מקרה ספציפי בו הכניסה לשער מתקיימת בשיא הגובה כלומר כניסה אופקית אנו מקבלים משוואה נוספת:

$$0 = v_0 \cdot \sin\theta - gt$$

ניתן לראות כי נוספה משוואה אך לא נוספו משתנים. לכן, במקרה הפרטי אנו צריכים לקבוע רק 4 משתנים.

אנו יודעים את  $g, h$  ולכן נותר לנו לקבוע שני משתנים מבין זווית הירי  $\theta$ , מהירות היציאה  $v_0$ , גובה היציאה  $h_0$  או מרחק אופקי מהשער  $d$ .

מפשוט המשוואה השלישית אנו יכולים לקבל  $t = \frac{v_0 \sin\theta}{g}$ .

אם נציב זאת במשוואה הראשונה נקבל:  $d = v_0 \cos\theta \cdot \frac{v_0 \sin\theta}{g} = \frac{v_0^2 \sin\theta \cos\theta}{g}$

אם נציב זאת במשוואה השנייה נקבל:

$$h = h_0 + v_0 \sin\theta \cdot \frac{v_0 \sin\theta}{g} - \frac{1}{2}g \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{g^2} = h_0 + \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

ניקח לדוגמא שער בגובה 3 מטרים ומרחק ירי רצוי של 2 מטרים מגובה 1 מטר.

$$h = 3m, h_0 = 1m, d = 2m, g = 10 \frac{m}{s^2}$$

נציב ונוכל לפתור:

$$2 = \frac{v_0^2 \sin\theta \cos\theta}{10}$$

$$3 = 1 + \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{20}$$

מתקבל  $v_0 = 7.07 \frac{m}{s}$ ,  $\theta = 63.43deg$

## מעלית וירי עם קפיץ

קבוצה רוצה להרים כדור שמסתו 1 ק"ג אל עבר מערכת הירי בגובה של 1 מטר. השיטה שנבחרה היא מעלית רצועות. הרצועות לוחצות על הכדור בכוח של 10 ניוטון בכל צד. מה צריך להיות מקדם החיכוך המינימלי על מנת שהמעלית תתפקד.

אנו רוצים שיתקיים שוויון כוחות כלומר:  $mg = 2\mu N$ . לאחר הצבה של הנתונים  $\mu = 0.5$ .  
הקבוצה מחליטה שברצונה שהכדור יעלה את כל הדרך תוך לא יותר מחצי שנייה. מה ההספק הנדרש מהמנוע המפעיל את המעלית?

תחילה יש לחשב את העבודה. אנו מעניקים אנרגיית גובה לכדור ואמרנו שהעבודה היא שינוי האנרגיה ולכן:  $W = mgh = 10 \cdot 1 = 10J$ . ביצוע של 10 ג'אול בחצי שנייה שקול לביצוע של 20 ג'אול בשנייה אחת. לכן ההספק הנדרש הינו 20 וואט.

כעת, רוצים לירות את הכדור בדיוק כמו שנעשה קודם לכן.

$$v_0 = 7.07 \frac{m}{s}, \theta = 63.43deg$$

הוחלט לעשות שימוש בקפיץ וידוע כי טווח הפעולה הינו 50 מ"מ. מה צריך להיות קבוע הקפיץ על מנת לעמוד בדרישות?

אנו מניחים כי בעת השחרור של הקפיץ כל האנרגיה הפוטנציאלית שהייתה בו הופכת לאנרגיה קינטית המתבטאת בתנועה של הכדור.

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$k = \frac{mv^2}{x^2} = \frac{1 \cdot 7.07^2}{0.05^2} = 20000 \frac{N}{m} = 20 \frac{N}{mm}$$

## מציאת מקדם חיכוך

$$P = mgsin\theta$$

$$N = mgcos\theta$$

$$F_f = \mu N = \mu mgcos\theta$$

ברגע התחלת ההחלקה יש שיווין כוחות:

$$P = F_f$$

$$mgsin\theta = \mu mgcos\theta$$

הביטוי  $mg$  מתבטל ואנו נותרים עם  $\mu = tan\theta_{slip}$